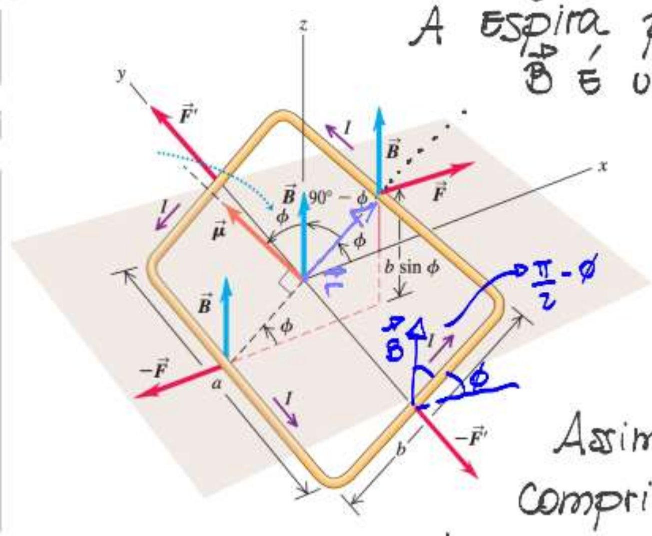
553 → Torque numa espira e momento de dipolo magnético ($\vec{\mu}$) pg 109

Neste momento talvez seja útil o aluno rever as aulas sobre dipolo elétrico $\vec{p}$, sua interação com campo elétrico uniforme $\vec{E}$, na forma de torque $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ e energia potencial $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$. Isso porque haverá muitas semelhanças nesta parte do conteúdo. Vamos começar analisando as forças sobre a espira retangular mostrada na figura abaixo.



A espira possui lados a e b, o campo magnético $\vec{B}$ é uniforme em todo espaço $\vec{B} = B\hat{z}$.

Vimos que nessas condições as forças sobre cada elemento a e b da espira valem:

$F = I \ell B \operatorname{Sen} \theta$, $\theta \equiv$ ângulo entre $\vec{B}$ e o sentido da corrente.

Assim as forças que atuam nos ramos de comprimento a, possuem módulo $F_a = Ia.B$, em ambos os ramos as forças possuem mesma intensidade F_a e sentidos opostos $\vec{F_a} = IaB\hat{x}$ e $-\vec{F_a} = -IaB\hat{x}$. Nos lados de comprimento b, a força atua na direção $\hat{y}$, com intensidade $F_b = I\ell B \operatorname{Sen}(\pi/2 - \phi) = I\ell B \cos\phi$, também com sentidos opostos $\vec{F_b}$ e $-\vec{F_b}$. Podemos então afirmar que a resultante das forças sob o condutor é nulo.

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0 = \oint_{\text{fechado}} I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

, Sem choro nem vela se $\vec{B}$ é uniforme

Assim a espira não é acelerada, mas há claramente um torque sobre a espira que faz com que ela rotacione, neste caso em torno do eixo $\hat{y}$. Somente as forças $\vec{F_a}$ e $-\vec{F_a}$ geram torque, assim temos:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \wedge \vec{F_a} - \vec{r} \wedge (-\vec{F_a}) = 2\vec{r} \wedge \vec{F_a} = b\hat{r} \wedge IaB\hat{x} = Iab\,\hat{r} \wedge B\hat{x}$$

$$\vec{\tau} = IabB\,\hat{r} \wedge \hat{x}$$

$$\boxed{\tau = IAB \operatorname{Sen} \phi}$$

$IA = \mu \equiv$ momento de dipolo magnético, considerando a área orientada utilizando a regra da mão direita temos:

$$\boxed{\vec{\mu} = I\vec{A}}$$

, Note que o ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{\mu}$ também é ϕ, podemos então escrever o torque sobre a espira retangular como:

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

⇒ Este torque tende a rotacionar a espira de modo que $\vec{\mu}$ se alinhe na direção do campo $\vec{B}$, dessa forma podemos também definir a energia potencial associada ao dipolo magnético imerso no campo magnético $\vec{B}$ como:

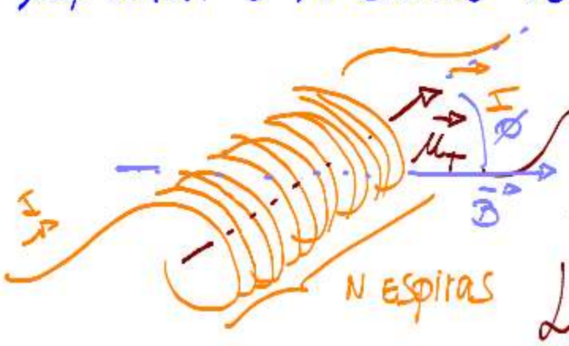
$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad , \quad \text{compare com o dipolo elétrico } \left(U = -\vec{p} \cdot \vec{E}\right)$$

Podemos generalizar os resultados acima para uma espira de qualquer geometria planar, já que podemos sempre subdividi-la em espiras retangulares infinitesimais, como segue:

$$\vec{\mu} = I \int_{\partial S} d\vec{a} , \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad , \quad U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Se as espiras puderem ser superpostas uma em cima de outra, como ocorre com um solenóide, o momento de dipolo magnético $\vec{\mu}_T$ total é a soma vetorial de cada espira $\vec{\mu}_i$

planar



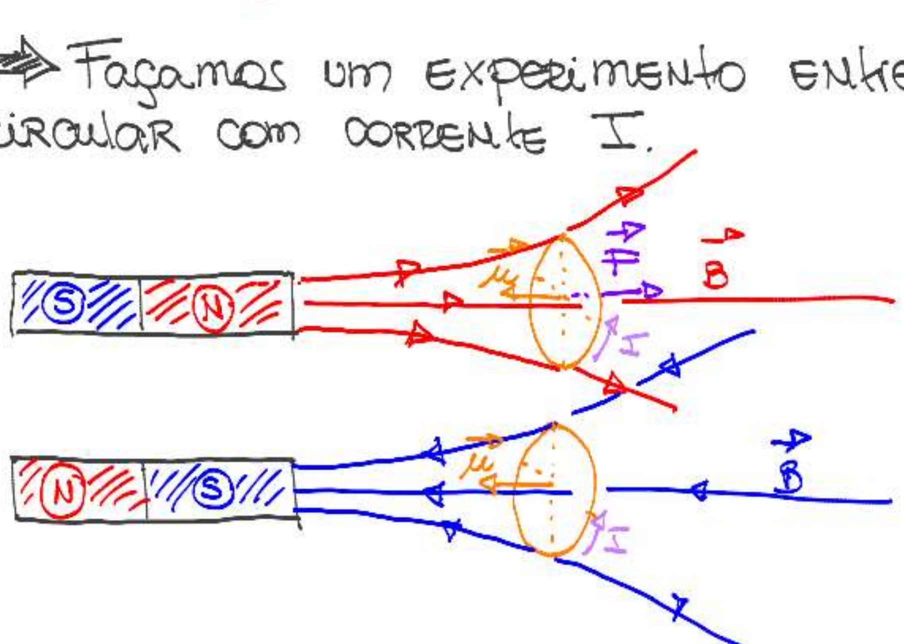
$$\vec{\mu}_T = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mu}_i \quad , \quad \boxed{\vec{\mu} = N I A \hat{\mu}}$$

$$\vec{\tau} = N I A \, \hat{\mu} \times \vec{B} \quad , \quad \tau = NIAB \sin\phi$$

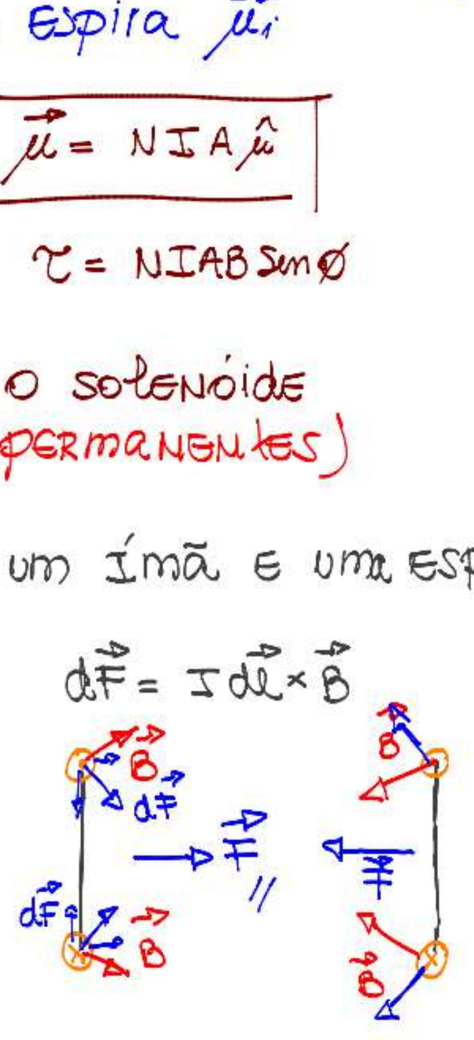
↳ Torque sobre o solenóide

5.5.4 → Força (Interação entre ímãs permanentes)

⇒ Façamos um experimento entre um ímã e uma espira circular com corrente I.



$$d\vec{F} = I \, d\vec{l} \times \vec{B}$$



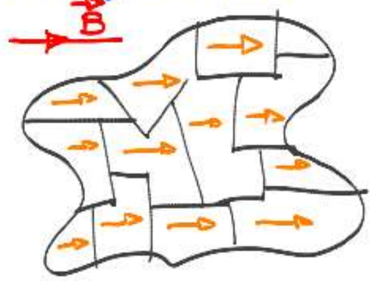
Veja que quando imerso num campo não uniforme há uma força resultante sob a espira. Podemos notar também que o mesmo fenômeno de atração, repulsão e torque ocorrem entre elementos magnetizados (ímãs permanentes). Assim, vemos que a força de atração entre ímãs é a mesma entre ímãs e espiras com correntes.

Hoje sabemos que ímãs permanentes são um conjunto de espiras, cujo momento de dipolo elétrico $\vec{\mu}$ estão alinhados, numa direção específica. Concluímos também que um material inicialmente sem magnetização pode ser magnetizado se encontrarmos uma forma de alinhar seus dipólos magnéticos.

pedaço de ferro

dipólos aleatóriamente distribuídos

* Se colocarmos o material num ambiente com campo $\vec{B}$, os dipolos podem se orientar na direção do campo

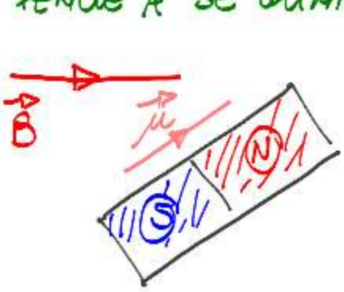


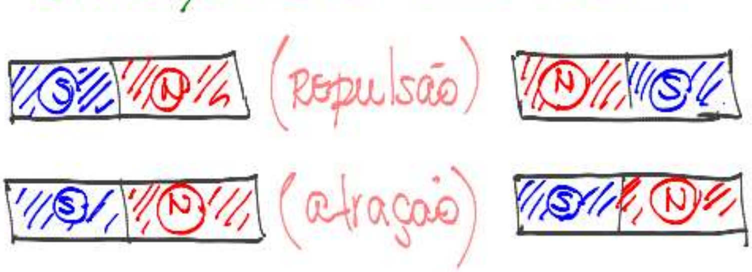
* Se ao retirar o campo externo $\vec{B}$ os dipólos continuarem alinhados, criamos um ímã.

Portanto, o dipolo $\vec{\mu} = I\vec{A}$ está associado com a criação de campo magnético $\vec{B}$. As "correntes" microscópicas no interior do material possuem uma origem elementar, e são associadas à duas formas; ① ao movimento "circular" do elétron ao redor do núcleo, e ② ao momento de dipolo magnético intrínsico do elétron, o chamado "spin" eletrônico. Infelizmente, neste nível do curso, o primeiro pode ser interpretado numa perspectiva clássica, como uma corrente I em orbita do núcleo, mas o spin é ainda mais interessente, e é uma propriedade da própria partícula.

Portanto, um ímã na presença de campo $\vec{B}$ tende a se alinhar.

, Assim, o fenômeno entre atração e repulsão de ímãs, é uma interação entre $\vec{\mu}$ e $\vec{B}$ e vice-versa.



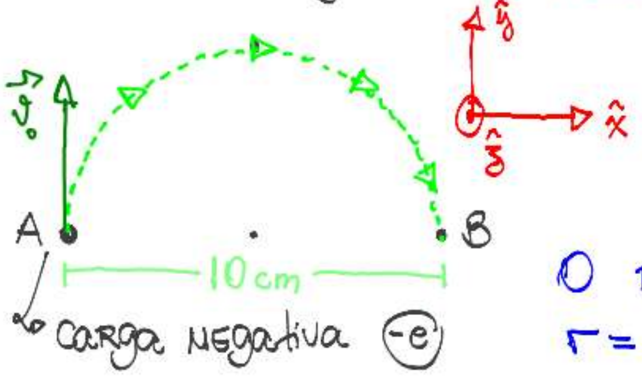


Ímãs criam campos não uniformes.

* Vamos fazer alguns exemplos

⇒ Exemplo: Calcule para o problema na figura abaixo qual deve ser o campo magnético $\vec{B}$ para que a trajetória da partícula negativa (elétron) siga a trajetória semi-circular de A para B. Depois calcule o tempo que a partícula demora para cruzar a trajetória. , considere $v_0 = 1,41\times10^{6}\, m.s^{-1}$

$m_e = 9,109\times10^{-31}\, Kg$



, Para realizar a trajetória circular de raio r = 5 cm, o campo $\vec{B}$ deve ser $\vec{B} = -B\hat{z}$ (regra da mão direita).

O raio ciclotrônico vale:

$$r = \frac{m.v}{q.B} \Rightarrow B = \frac{mv}{rq} = \frac{9,109\times10^{-31}Kg}{1,602\times10^{-19}C} \cdot \frac{1,41\times10^{+6}m.s^{-1}}{5\times10^{-2}\,m}$$

$$\boxed{B = 1,603\times10^{-4}\,T}$$

Assim $\vec{B} = -1,6\times10^{-4}\,T\,\hat{z}$

A partícula cruza a trajetória na metade do período do movimento ou seja, $T/2 = \Delta t$, usando a frequência de ciclotron temos:

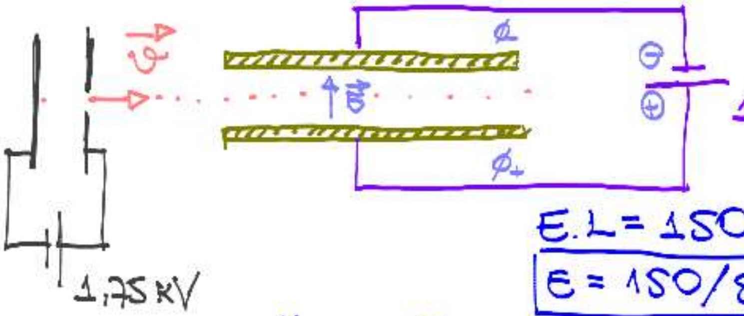
$$\omega = \frac{q}{m}B = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\frac{T}{2} = \Delta t = \frac{\pi \times 9,109\times10^{-31}Kg}{1,602\times10^{-19}C \cdot 1,603\times10^{-4}T}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} \cong 1,11\times10^{-7} \text{ segundos} = 111\, ns \text{ (nanosegundos)}$$

⇒ Exemplo: Uma bateria de 150 Volts é ligada em duas placas condutoras paralelas de área $28.5\,cm^2$ e separadas por 8.2 mm. Um feixe de partículas alfa ($+2e$, $m_\alpha = 6.64\times10^{-27}Kg$) é acelerado sob uma diferença de potencial de 1.75 kV e entra na região entre as placas, qual deve ser o campo $\vec{B}$ para que a carga não seja defletida?

Entre as placas devem ter as forças



, sem deflexão $F_e = F_m$

$$\cancel{q}.E = \cancel{q}.v.B$$

$$E.L = 150$$

$$\boxed{E = 150/8,2\times10^{-3}}$$

$$B = \frac{E}{v} \approx 0,0445\,T$$

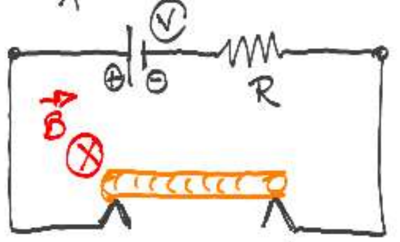
Energia cinética E_c

$$E_c = \frac{1}{2}m_\alpha.v^2 = q.1,75\times10^{3}, \quad v = \left(\frac{4\times1,602\times10^{-19}C.1,75\times10^{3}V}{6.64\times10^{-27}Kg}\right)^{1/2} \approx 4,1\times10^{5}\,m.s^{-1}$$

⇒ exemplo: Considere uma barra metálica de resistência desprezível, de 50cm de comprimento e 750gramas de massa, é ligada em série com uma bateria de tensão Ⓥ e uma resistência Ⓡ. A barra não é soldadas nos terminais A e B onde apenas senta sob suportes condutores, A resistência vale 25,0Ω. Responda. pg 113

a) Qual o maior valor de tensão fornecida pela fonte para que a barra permaneça imóvel? Na região da barra há um campo $\vec{B}$ na direção indicada e intensidade de 0.450T.

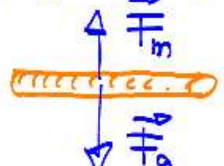
b) Se Ⓡ sofre um curto e passa a valer 2.0Ω no momento em que V é máximo, calcule a aceleração inicial da Barra



a) A d.d.p em Ⓡ deve ser a mesma fornecida pela fonte d.c, assim:

$$V = R.I$$

A corrente I é restrita à maior força magnética para que a barra permaneça em equilíbrio.



⇒ Em equilíbrio $F_m = F_g \leftrightarrow m.g = I\ell.B \rightarrow \boxed{I = \frac{m.g}{\ell.B}}$

$$I = \frac{0{,}750\,kg\ 9{,}81\,m.s^{-2}}{0{,}5\,m\ 0{,}450\,T} \cong 32{,}7\,A, \quad \boxed{I_{max.} = 32{,}7A}$$

Portanto a fonte deve fornecer no máximo $V = RI = 25 \times 32{,}7\ \Omega A$

$$\boxed{V = 817{,}5\ Volts}$$ //

b) Se $R = 2\Omega$ quando $V = 817{,}5$ Volts, a corrente vai aumentar

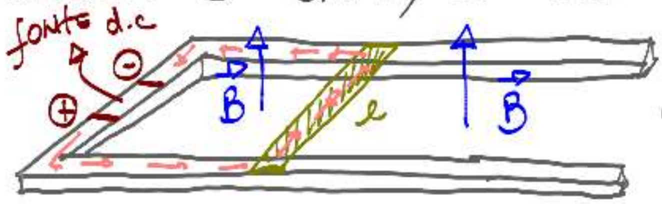
$I = \frac{V}{R} = \frac{817{,}5\ Volts}{2\ \Omega} = 408{,}75A.$, neste momento a força magnética ganha da gravitacional que segundo a segunda lei de Newton resulta numa aceleração instantânea ⓐ.

$$m.\vec{a} = \vec{F}_m + \vec{F}_g \rightarrow m.a = F_m - F_g = I\ell B - mg$$

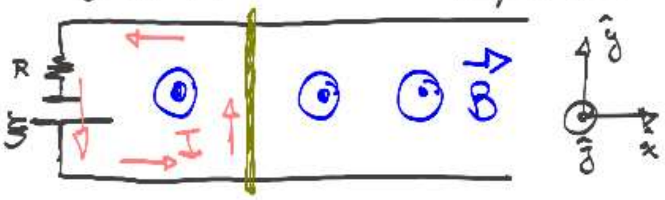
$$a = \frac{I\ell B}{m} - g = \frac{408{,}75A \times 0{,}5m \times 0{,}450T}{0{,}750} - 9{,}81\,m.s^{-2}$$

$\boxed{a \doteq 112{,}8\,m.s^{-2}}$ // quando a barra solta do apoio, perde o contato e a corrente se anula, e a aceleração volta a ser g.

⇒ exemplo: Vamos considerar uma montagem experimental – pg 114 conhecida como lançador magnético, é composto por um trilho condutor em U, uma bateria que fornece uma corrente constante ao circuito e uma barra de comprimento ℓ, imersa num campo magnético $\vec{B}$ uniforme. Vamos considerar quando necessário os valores $B = 0{,}8\,T$, $I = 2\times10^3\,A$, $m = 25\,kg$ e $\ell = 0{,}5\,m$. Responda:



ou ainda



a) Qual a força sobre a barra?

b) Qual distância a barra de percorrer para atingir uma velocidade v?

c) Uma sugestão é utilizar esse lançador para colocar objetos em órbita da terra. Qual distância a barra deve viajar até atingir a velocidade de escape da terra ($11{,}2\,km.s^{-1}$).

Solução:

a) A força sobre a barra vale $\vec{F} = I\vec{\ell}\times\vec{B}$, $\boxed{\vec{F} = I\ell B\,\hat{x}}$

b) Desprezando forças de atrito a resultante sobre a barra é a força magnética.

$$\vec{R} = m\vec{a} = I\ell B\hat{x} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{I\ell B}{m}\hat{x}}$$ aceleração na direção x, movimento unidimensional

A velocidade em função da distância percorrida Δx é dada por Torricelli:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \quad \text{unidimensional}, \quad a = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx} \Leftrightarrow a\,dx = v\,dv$$

$$\int_0^x a\,dx' = \int_{v_0}^{v(x)} v\,dv \Rightarrow a x'\Big|_0^x = a\Delta x = \frac{v^2}{2}\Big|_{v_0}^{v} = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow 2a\Delta x = v^2 - v_0^2$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x} \xrightarrow{\text{Torricelli}} \boxed{\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}}, \quad v_0 = 0 \text{ (repouso)}, \quad v = 11{,}2\times10^3\,m.s^{-1}$$

$$a = I\ell B/m$$

$$\Delta x = \frac{(11{,}2\times10^3)^2\,m^2 s^{-2}\,25\,kg}{2\;2\times10^3 A\;0{,}5\,m\;0{,}8\,T} = 1{,}96\times10^6\,m = 1{,}96\times10^3\,km = 1960\,km_{//}$$

* Essa é aproximadamente a distância entre Porto Alegre e Brasília nossa querida capital.