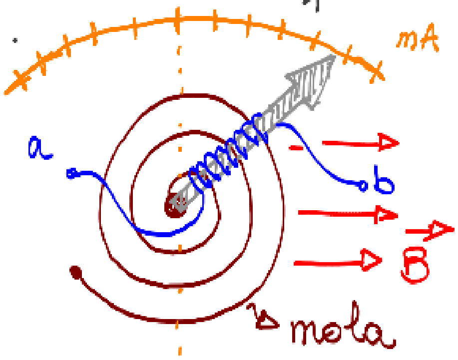
O galvanômetro é um instrumento que mede a princípio corrente elétrica I, que pode ser convertido e calibrado para medir também quedas de potencial V_{ab}. Assim temos basicamente.

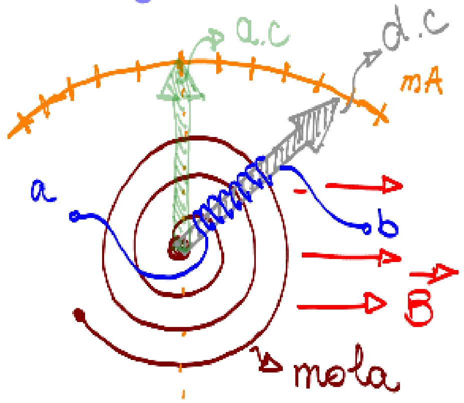
pg 152



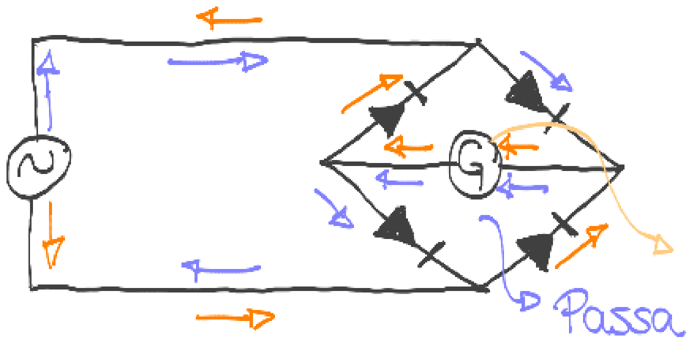
a) Se pelos terminais a e b passa uma corrente contínua I = cte, um torque $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ faz com que o ponteiro se desloque da posição de equilíbrio central. ($\vec{\mu} = I\vec{A}$)

$\vec{\mu}$ ≡ momento de dipolo magnético

b) Porém, contudo e no entanto, quando a corrente é alternada a.c e muda de sentido numa taxa muito "rápida" o equipamento não tem tempo de responder. Lembremos que a média temporal da corrente é nula (faz sentido).



Podemos utilizar o galvanômetro para medir correntes a.c se utilizarmos um circuito retificador, mostrado abaixo:



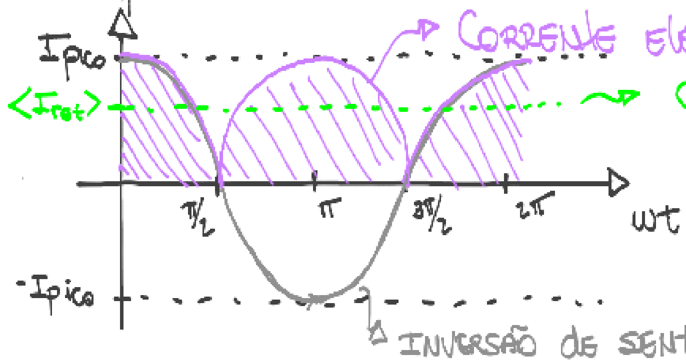
Diodo (elemento semicondutor)

Permite a passagem de corrente em apenas uma direção

Galvanômetro (G)

Passa sempre na mesma direção em (G).

Consideremos $I(t) = I_{pico}\cos(\omega t)$, graficamente temos a variação temporal como:



Corrente elétrica retificada → $I_{ret}(t)$

Corrente retificada média $\langle I_{ret}(t) \rangle$

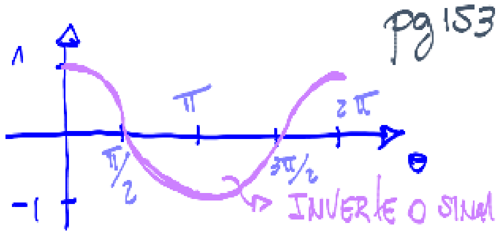
$I_{ret}(t) = |I_{pico}\cos(\omega t)| = I_{pico}|\cos(\omega t)|$

$0 \leq |\cos(\omega t)| \leq 1$

Claramente após a retificação há uma corrente média não nula dada por:

$$\langle I_{ret}(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T I_{pico}|\cos \omega t|\, dt \neq 0$$

$$\bar{I}_{ret} = \langle I_{ret}(t)\rangle = \langle I_{pico}|\cos\omega t|\rangle = I_{pico}\langle|\cos\omega t|\rangle$$



$$\langle|\cos(\omega t)|\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T |\cos(\omega t)|\,dt = \frac{1}{\omega T}\int_0^{2\pi}|\cos\theta|\,dt,$$

$$\langle|\cos(\omega t)|\rangle = \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\pi/2}\cos\theta\,d\theta - \int_{\pi/2}^{3\pi/2}\cos\theta\,d\theta + \int_{3\pi/2}^{2\pi}\cos\theta\,d\theta\right] = \frac{2}{\pi} \approx 0,637$$

Então temos que:

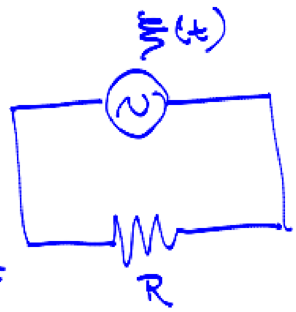
$\boxed{\bar{I}_{ret} = 0,637\, I_{pico}}$, O Galvanômetro pode então ser calibrado para medir I_{pico}, I_{rms}, $\langle I_{ret}\rangle$, etc. Mas em geral são calibrados para mostrar o valor eficaz ou a raiz quadrática média pela fácil comparação com expressões dos circuitos de corrente contínua.

Lembrando que para uma grandeza (corrente em nosso caso, ou diferença de potencial) que variam senoidalmente (periódica), temos:

$$f_{rms} = \sqrt{\langle f^2(t)\rangle} \quad \to \quad \begin{matrix} I(t) = I_{pico}\cos(\omega t) \\ \xi(t) = \xi_{pico}\cos(\omega t) \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \langle I^2(t)\rangle = \dfrac{I_{pico}}{2} \\ \langle \xi^2(t)\rangle = \dfrac{\xi_{pico}}{2} \end{matrix}$$

Portanto:

$$I_{rms} = \frac{I_{pico}}{\sqrt{2}}, \quad \xi_{rms} = \frac{I_{pico}}{\sqrt{2}}$$



* Em nosso exemplo de fonte a.c + resistência

⇒ A potência instantânea fornecida pela fonte ξ:

$P(t) = \xi(t) I(t)$ e a média temporal $\langle P(t)\rangle = \langle \xi(t) I(t)\rangle$ de forma que:

$$\langle P(t)\rangle = \xi_{pico} I_{pico}\langle\cos^2(\omega t)\rangle = \frac{\xi_{pico} I_{pico}}{2} = \frac{\xi_{pico}}{\sqrt{2}}\frac{I_{pico}}{\sqrt{2}}$$

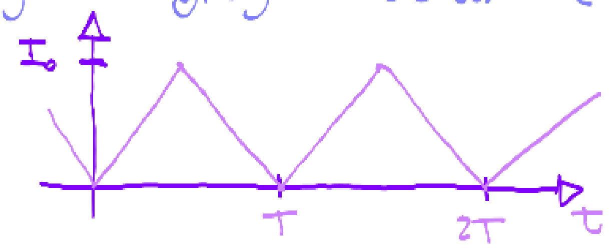
$$\boxed{\langle P(t)\rangle = P = \xi_{rms} I_{rms}}$$

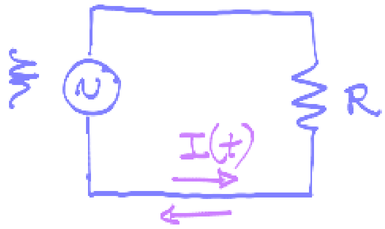
Como a corrente instantânea que cruza o resistor é dado por $I(t) = I_{pico}\cos(\omega t) = \frac{\varepsilon_{pico}}{R}\cos(\omega t)$

$$I_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{R},$$ lei de ohm para corrente alternada.

Façamos um exemplo extraordinário

→ Considere uma fonte a.c. cuja variação temporal da f.e.m segue o gráfico abaixo (dente de serra).





* Lembre-se que a corrente é sempre a mesma em todo circuito.

Perguntas

(a) Qual o valor da corrente média $\langle I(t)\rangle$?

(b) Qual o valor da corrente efetiva (rms) - I_{rms}?

Solução

a) $$\langle I(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T I(t)\,dt = \frac{1}{T}\,\frac{T\cdot I_0}{2} = \frac{I_0}{2}, \quad \boxed{\langle I(t)\rangle = \frac{I_0}{2}}$$

← área sob 1 período do gráfico

b) Pela definição $I_{rms} = \sqrt{\langle I^2(t)\rangle}$, para a integração devemos descobrir a forma matemática de $I^2(t)$.

$I(t) = at+b$, reta c/ derivada positiva (cresce) em $0 \leq t \leq T/2$
" " " negativa (decresce) " $T/2 \leq t \leq T$

$$I(t) = \begin{cases} \frac{2I_0 t}{T}, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{2I_0}{T}t + 2I_0, & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

$$\langle I^2(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T I^2(t)\,dt = \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}\left(\frac{2I_0 t}{T}\right)^2 dt + \int_{T/2}^{T}\left(-\frac{2I_0 t}{T} + 2I_0\right)^2 dt\right]$$

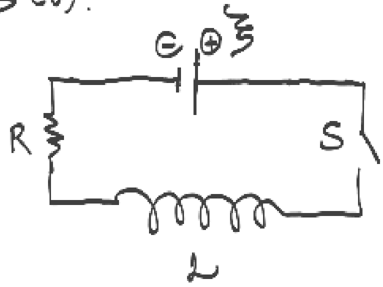
⋮

$$\langle I^2(t)\rangle = \frac{1}{T}\left[\frac{4}{3}I_0^2 T - I_0^2 T\right] = \frac{1}{3T}I_0^2 T = \frac{1}{3}I_0^2, \quad I_{rms} = \sqrt{\langle I^2\rangle} = \sqrt{\frac{1}{3}I_0^2}$$

$$\boxed{I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{3}}}$$

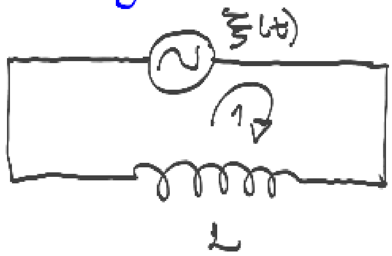
7.2.4 → Indutores como elementos de circuito a.c.

→ Analisemos qual o comportamento da tensão e da corrente elétrica ao ligar um indutor L numa fonte senoidal $\xi(t)$.



→ Quando o indutor é ligado numa fonte dc uma corrente se estabelece no circuito até atingir o estado estacionário, (pg 141 - Cap. 06)

Vamos então analisar o caso em que conectamos o indutor numa fonte a.c senoidal $\xi(t) = \xi_{pico} \cos(\omega t)$. O diagrama do circuito fica:



Lembremos que a f.e.m induzida nos terminais do indutor é dada pela lei de Lenz/Faraday

$$\xi_{ind}(t) = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad , \quad \boxed{\phi_B = LI}$$

A queda de potencial da corrente ao cruzar o indutor chamemos de V_L, o sinal depende do comportamento de $I(t)$. Para evitar problema com sinais vamos reescrever

$$V_L = -\xi_L(t) = \frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d}{dt} LI = L\frac{dI}{dt} \;//$$

Utilizando a lei de Kirchhoff para malha 1 não é difícil de encontrar a equação diferencial que governa o sistema.

$$\xi(t) - V_L = 0 \iff \xi_{pico} \cos(\omega t) - L\frac{dI(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt} I(t) = \frac{\xi_{pico}}{L} \cos(\omega t) \iff dI(t) = \frac{\xi_{pico}}{L} \cos(\omega t)\, dt$$

$$\int_{I(0)}^{I(t)} dI(t) = \frac{\xi_{pico}}{L} \int_0^t \cos(\omega t')\, dt' \; , \quad \begin{matrix} \omega t' = \theta \\ dt' = \frac{d\theta}{\omega} \end{matrix} \; , \quad \begin{matrix} t' = 0, \theta = 0 \\ t' = t, \theta = \omega t \end{matrix}$$

$$I(t) - I(0) = \frac{\xi_{pico}}{\omega L} \int_0^{\omega t} \cos\theta \, d\theta = \frac{\xi_{pico}}{\omega L} \operatorname{Sen}(\omega t)$$

Componente de corrente contínua do circuito.

$$\boxed{I(t) = \frac{\xi_{pico}}{\omega L} \operatorname{Sen}(\omega t) + C} \;//$$

Note que no circuito a média temporal da corrente deve ser nula como já vimos, ou seja, $\langle I(t)\rangle = 0$. (Conservação da carga) pg 156

$$\langle I(t)\rangle = \left\langle \frac{\xi_{pico}}{\omega L}\,\mathrm{Sen}(\omega t)\right\rangle + \langle C\rangle = 0 \quad , \quad \text{mas} \quad \langle \mathrm{Sen}(\omega t)\rangle = 0$$

$$\langle I(t)\rangle = \frac{\xi_{pico}}{\omega L}\underbrace{\langle \mathrm{Sen}(\omega t)\rangle}_{0} + C = 0 \longleftrightarrow \boxed{C = 0}$$

Assim o fluxo de corrente no indutor é

$$I(t) = \frac{\xi_{pico}}{\omega L}\,\mathrm{Sen}(\omega t) = I_{pico}\,\mathrm{Sen}(\omega t) \;,\; I_{pico} = \frac{\xi_{pico}}{\omega L}$$ (depende da frequência ω)

Vamos renomear $\omega L = X_L$ (reatância indutiva, $[X_L] = \Omega$) Lei de Ohm

$X_L(\omega) = \omega L$, depende da frequência angular ω.

A corrente efetiva/eficaz / raiz quadrática média I_{rms} é dado por:

$$I_{rms} = \frac{I_{pico}}{\sqrt{2}} = \frac{\xi_{pico}}{\sqrt{2}\,X_L} = \frac{\xi_{rms}}{X_L} \longleftrightarrow I_{rms} = \frac{\xi_{rms}}{X_L(\omega)} \;,\quad X_L(\omega)\uparrow \; I_{rms}\downarrow \quad X_L(\omega)\downarrow \; I_{rms}\uparrow$$

↳ posso "controlar" a intensidade da corrente alterando a frequência ω da fonte.

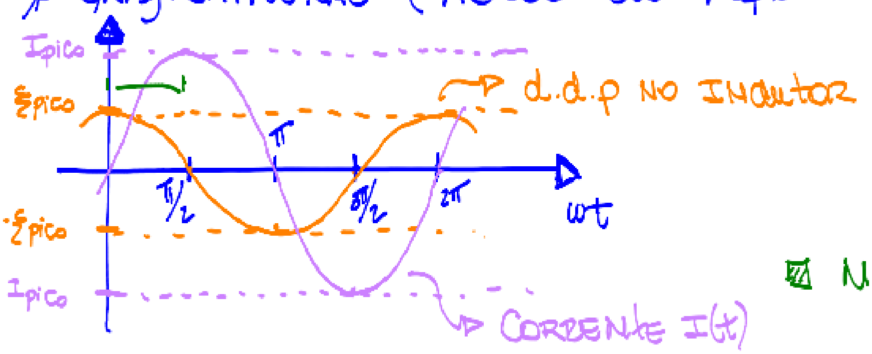
⇒ Relação de fase entre $\xi(t)$, $V_L(t)$ e $I_L(t)$

$\boxed{\xi(t) = \xi_{pico}\,\mathrm{Cos}(\omega t)}$, d.d.p fornecida pela fonte a.c (ω = frequência angular da fonte)

$\boxed{V_L(t) = \xi_{pico}\,\mathrm{Cos}(\omega t)}$, d.d.p entre os terminais do indutor, $\xi(t)$ e $V_L(t)$ estão em fase.

$\boxed{I(t) = \dfrac{\xi_{pico}}{X_L}\,\mathrm{Sen}(\omega t)}$, corrente no circuito (todo o circuito em série)

* Graficamente (abuso de representação - Qualitativa)



*A corrente está atrasada $\pi/2$ (90°) c/ relação à queda de potencial do indutor

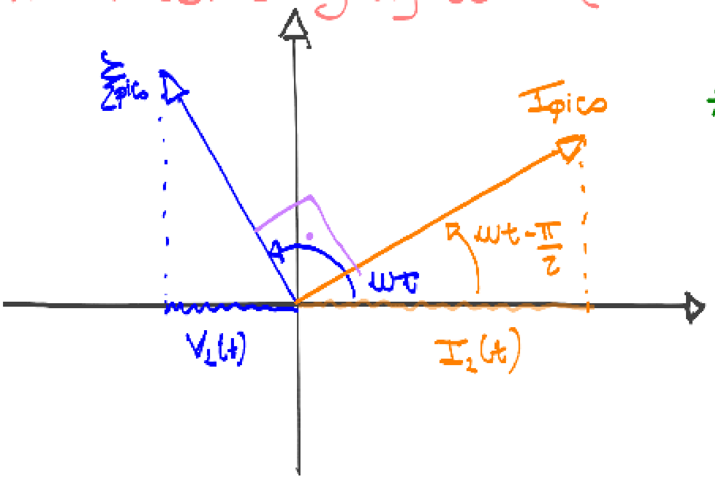
☒ Note que $\mathrm{Sen}(\omega t) = \mathrm{Cos}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

Representação mais simples e intuitiva no diagrama de fasores. Veja:

$V_L(t) = \xi_{pico} \cos(\omega t) = Re\{\xi_{pico}\, e^{i\omega t}\}$

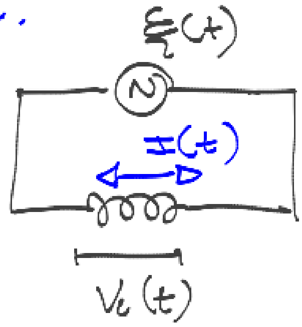
$I_L(t) = I_{pico} \operatorname{Sen}(\omega t) = I_{pico} \cos(\omega t - \pi/2) = Re\{I_{pico}\, e^{i(\omega t - \pi/2)}\}$

⇒ Cuidado! Vamos representar duas grandezas distintas no mesmo gráfico – (análise qualitativa).



* Podemos então dizer que a corrente no "circuito" está atrasada com uma diferença de fase de 90° ($\pi/2$) c/ relação há tensão no indutor (ou vice-versa)

⇒ Potência instantânea $P(t)$ e média $\langle P(t) \rangle$ fornecida pela fonte a.c. quando conectada ao indutor L.

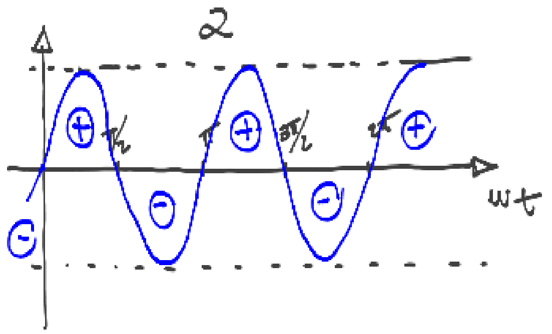


$P(t) = \xi(t) I(t)$ ≡ potência fornecida pela fonte

$P(t) = \xi_{pico} \cos(\omega t)\, I_{pico} \operatorname{Sen}(\omega t)$

$P(t) = \xi_{pico} I_{pico} \cos(\omega t) \operatorname{Sen}(\omega t)$ $\operatorname{Sen}(2\omega t) = 2\cos(\omega t)\operatorname{Sen}(\omega t)$ //

$P(t) = \frac{\xi_{pico} I_{pico}}{2} \operatorname{Sen}(2\omega t)$ ≡ Variação instantânea.



⇒ Fornece e consome exatamente a mesma quantidade de energia por unidade de tempo.

Portanto, a potência média $\langle P(t) \rangle$ deve ser nula, verifique!

$\langle P(t) \rangle = \frac{\xi_{pico} I_{pico}}{2} \langle \operatorname{Sen}(2\omega t) \rangle = \frac{\xi_{pico} I_{pico}}{2} \int_0^T \operatorname{Sen}(2\omega t)\, dt = 0$ // Válido para um indutor ideal s/ resistência.

↳ média temporal