

Capítulo 5 → "O campo magnético \vec{B} "

5.1 → O que é o campo magnético \vec{B} ?

Essa é uma das perguntas mais interessantes no eletromagnetismo e foi tema de intensos debates. O assunto já era conhecido na Grécia Antiga (como sempre) e equipamentos já eram usuais, como o desenvolvimento da própria bússola.



O nome vem de um minério encontrado na região grega de "Magnésia", chamado de Magnetita (Fe_3O_4), tal minério atrai pedaços (limas) de ferro, é um exemplo do que chamamos hoje de ímã permanente. Um grande tratado sobre os efeitos magnéticos foi publicado por William Gilbert em 1600, onde a própria Terra (planeta Terra) foi citada como um grande ímã. Do meu ponto de vista a interpretação e compreensão deste fenômeno é um grande desafio, conheço físicos que ainda não entendem fundamentalmente o campo \vec{B} , apesar de serem capazes de trabalhar matematicamente com as leis do eletromagnetismo.

O campo magnético \vec{B} , assim como o campo elétrico \vec{E} atua sobre cargas elétricas, a diferença fundamental é que a força só existe "apenas" se essa carga está em movimento, com certa velocidade \vec{v} . Sabemos que numa região onde existe campo elétrico \vec{E} , uma carga q sob uma força irá acelerar a carga na direção de \vec{E} seguindo a segunda lei de Newton:

⇒ Carga (q), com massa (m) acelerada (\vec{a}) na direção de $\vec{E} \rightarrow m\vec{a} = \vec{F}_e = q\vec{E}$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

Não importa se a carga tem $\vec{v} \neq \vec{0}$ ou nula, ela irá acelerar e toda uma dinâmica se desenvolverá.

⇒ Mas se não há campo elétrico \vec{E} , a carga deveria ficar em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (M.R.U.). Podemos verificar contudo, que em algumas ocasiões (experimentalmente) numa região onde não há campo \vec{E} , uma força \vec{F} aparece sob uma carga elétrica quando esta está em movimento com certa velocidade \vec{v} , mas não se manifesta quando a mesma está em repouso. Além disso, experimentalmente, podemos tirar algumas conclusões

desse fenômeno. Analisando alguns experimentos, como a pg 99
variação da trajetória de uma carga elétrica quando próximo
de um fio condutor com corrente estacionária I , notamos que
a força/ aceleração (\vec{F}/\vec{a}) aponta sempre na direção ortogonal
à direção da velocidade \vec{v} , se $\vec{v} = \vec{0}$ não há força, e sua
intensidade é diretamente proporcional ao produto $q|\vec{v}|$. Po-
demos inferir pelos resultados experimentais, que a carga
elétrica q interage com um campo vetorial da seguinte for-
ma:

$$\vec{F} = k q \vec{v} \times \vec{B}, \text{ onde } k \equiv \text{constante de proporcionalidade}$$

$\vec{v} \times \vec{B} \equiv \text{produto vetorial entre } \vec{v} \text{ e } \vec{B}, \text{ como}$

o mesmo experimento, com resultados iguais pode ser feito na
presença de um ímã permanente (magnetita), chamamos esse cam-
po vetorial de campo magnético \vec{B} . Além disso, fica indicado
uma correlação entre o campo vetorial magnético \vec{B} do ímã
e o campo criado por uma corrente elétrica I . Escolhamos $k=1$
no sistema internacional de unidades, de forma que uma car-
ga de $1C$, esteja sob uma força de $1N$, quando atinge uma
velocidade de $1m.s^{-1}$ ortogonal à \vec{B} , neste caso definimos a uni-
dade de \vec{B} como 1 Tesla .

$$[F] = [q][v][B] \Rightarrow [B] = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = T \text{ (tesla)}, \text{ veremos que como o}$$

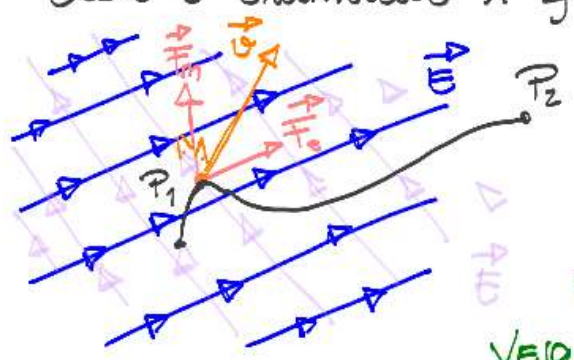
farad, o tesla é uma
quantidade gigantesca.

* Essa será a maneira simples, ingênua e incompleta pela qual defi-
niremos o campo magnético \vec{B} neste nível do curso. Uma discussão
completa mais esclarecedora nos obra um conhecimento prévio
da teoria da relatividade especial/restrita de Einstein. Num curso
mais avançado veremos que tanto \vec{E} como \vec{B} são o mesmo fe-
nômeno físico, apenas "observados" em "referenciais" distintos.
Por isso, há uma unificação de \vec{E} e \vec{B} formando o campo eletro-
magnético (\vec{E}, \vec{B}). Esses campos, em nosso referencial próprio,
parecem ser vetoriais, ou seja, possuem cada um 3 componentes,
 $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ e $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$, mas a realidade é muito mais estranha
e interessante, e o campo eletromagnético é melhor representa-
do por um tensor de rank 2 de 16 componentes!! Spoilers!, esse
é o tensor do campo eletromagnético $F_{\mu\nu}$.

Uma partícula carregada IMERSA num ambiente com campo elétrico \vec{E} e magnético \vec{B} , estará regra geral submetida a duas forças $\vec{F}_e + \vec{F}_m$, Assim temos:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})} //$$

Essa é chamada a força de LORENTZ //



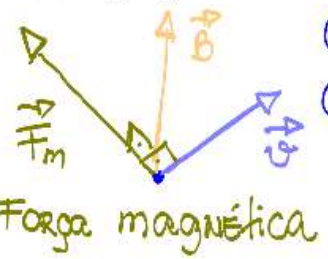
Trabalho REALIZADO sob a carga (q)

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{e} \rightarrow W_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{e}, \quad d\vec{e} = \vec{v} dt$$

$$dW = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dt = q\vec{E} \cdot \vec{v} dt + q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dt$$

veja que: $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$

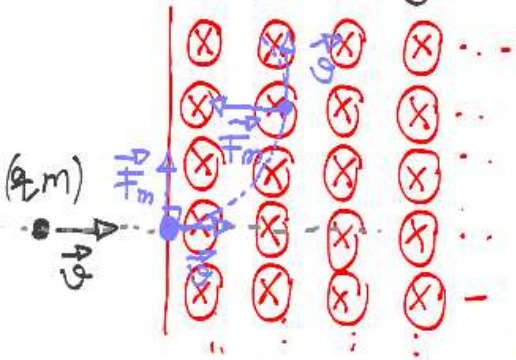
Como $\vec{v} \perp \vec{F}_m$ podemos VERIFICAR que o campo magnético NÃO REALIZA trabalho sob a partícula. PORTANTO, SE O CAMPO É ÚNICAMENTE magnético \vec{B} , a partícula tem sua ENERGIA CINÉTICA CONSERVADA.



- ⊙ Campo \vec{B} saindo do plano da página
- ⊗ " " ENTRANDO NO plano da página
- * e como SEMPRE ESSE CAMPO vetorial \vec{B} pode ser diferente para cada ponto $\vec{B}(x, y, z)$.

5.2 → CÍCLOTRON

Vamos analisar o que acontece com uma carga elétrica quando ela PENETRA numa região do espaço de campo magnético UNIFORME \vec{B} . Na figura a partícula possui velocidade $\vec{v} = v\hat{x}$ quando entra NA região de \vec{B} .

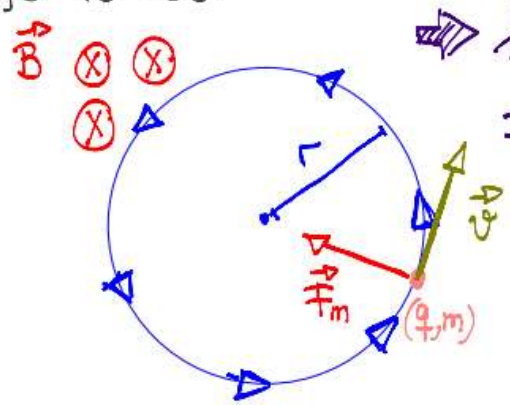


portanto, $\boxed{\vec{B} = -B\hat{z}}$

Quando q penetra na região há o aparecimento de uma força magnética. Da forma $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = -qv\hat{x} \times B\hat{z} = qvB\hat{y}$, essa força vai alterar a trajetória da partícula,

Como o módulo da velocidade NÃO se altera, a força possui a mesma intensidade $F = qvB$ e aponta p/ o centro de uma trajetória circular NO sentido anti-horário se a carga q for positiva.

Neste NOSSO exemplo o campo \vec{B} e a velocidade \vec{v} fazem 90° graus. A trajetória da partícula é um círculo, que possui algum raio r , vamos chamar ESSE raio de raio ciclotrônico, se imaginarmos um caso em que o campo \vec{B} se estende por todo espaço temos:



temos, então, um movimento circular uniforme, de aceleração centrípeta a_c de intensidade constante.

→ Da segunda lei de Newton temos:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F_m = m \cdot a_c$$

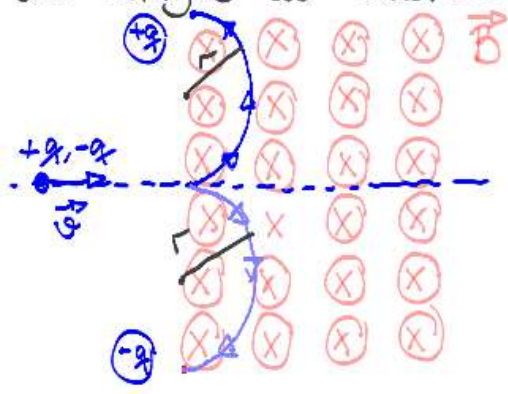
$$q v B = m \cdot a_c = m \frac{v^2}{r} \rightarrow \boxed{r = \frac{m v}{q B}}$$

VEJA QUE ESTE PODE SER O PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DE UM EXPERIMENTO PARA DESCOBRIR CARGA (q), massa (m) ou ainda a velocidade de uma partícula carregada.

Podemos também calcular a frequência angular ω do movimento ciclotrônico da partícula carregada num campo uniforme \vec{B} . Onde:

$$\omega = \frac{v}{r} \Rightarrow \frac{v}{\frac{m v}{q B}} \rightarrow \boxed{\omega = \frac{q}{m} B}$$
 chamada de frequência de "ciclotron"

Note também que em nosso exemplo se a carga for negativa $q < 0$ a trajetória será no sentido horário. Ou seja, podemos catalogar as cargas de acordo com seu sinal.

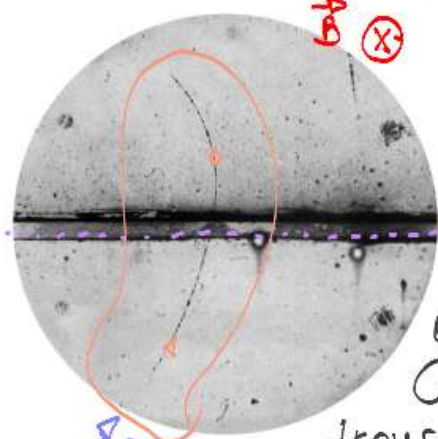


Um experimento desse tipo levou à descoberta do pósitron (anti-partícula do elétron) em 1932 por Carl Anderson.

Carl tirou uma fotografia da trajetória de uma partícula carregada quando penetrava numa região de campo uniforme \vec{B} . A partícula atravessava nessa região

uma placa de chumbo, que diminuía sua energia cinética, ou seja, sua velocidade. Ocorre que Carl observava e fotografava a trajetória de uma fonte de elétrons. Uma fonte de elétrons pode ser por exemplo um filamento de tungstênio aquecido em vácuo, chamado de efeito termiônico. Outra fonte é a emissão radioativa de decaimento beta, onde um núcleo instável decai na trans-

formação de um nêutron em próton + elétron + neutrino pg 101
do elétron $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$.



$\vec{B} \otimes$

Na figura ao lado vemos o traço ou trajetória de uma partícula carregada. O campo magnético \vec{B} aponta para dentro da folha e é criado por duas bobinas, que conduzem certa corrente elétrica I . O interior da câmara é um ambiente de vapor de água supersaturada.

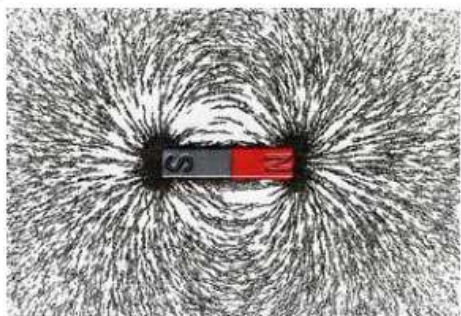
Carl observava o traço de elétrons na câmara, que possuíam

exatamente a mesma trajetória, porém com a curva φ / o outro lado. Carl, então, concluiu que a foto acima era de uma partícula que possuía a mesma massa que o elétron, mesma quantidade de carga, mas de sinal contrário ao da carga do elétron. Essa partícula é o pósitron, hoje sabemos que é a antipartícula do elétron e possui carga $e = +1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$.



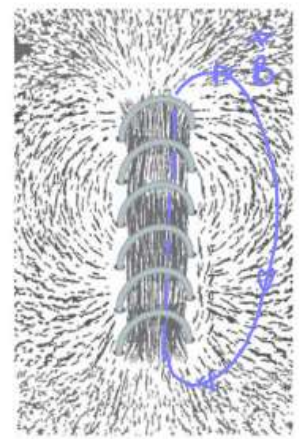
5.3 → Ausência de monopólos magnéticos e lei de Gauss para o campo magnético.

Vimos que experimentalmente observamos o campo magnético \vec{B} de duas formas, pela ação de um ímã permanente ou de uma corrente elétrica I numa carga em movimento. Há, portanto, uma relação próxima entre os dois fenômenos. Experimentalmente podemos provar o campo \vec{B} criado por um ímã/espira. A figura abaixo mostra o efeito do ímã em limas de ferro. Cada partícula de lima de ferro é "magnetizável" e interage (se alinha) na direção do campo \vec{B} criado pelo ímã.

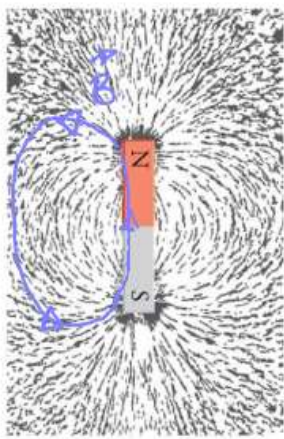


A conclusão importante, é que não importa em quantas pedações dividimos o ímã sempre há dois pólos, um que por convenção saem linhas de campo \vec{B} e outro que entram. As linhas de campo saem do polo norte e entram no polo sul. Hoje, sabemos que fundamentalmente cargas em movimento criam campo magnético, portanto o campo criado por um ímã permanente é devido ao mesmo princípio do

Campo criado pela corrente elétrica que flui por uma espira / bobina. pg 102



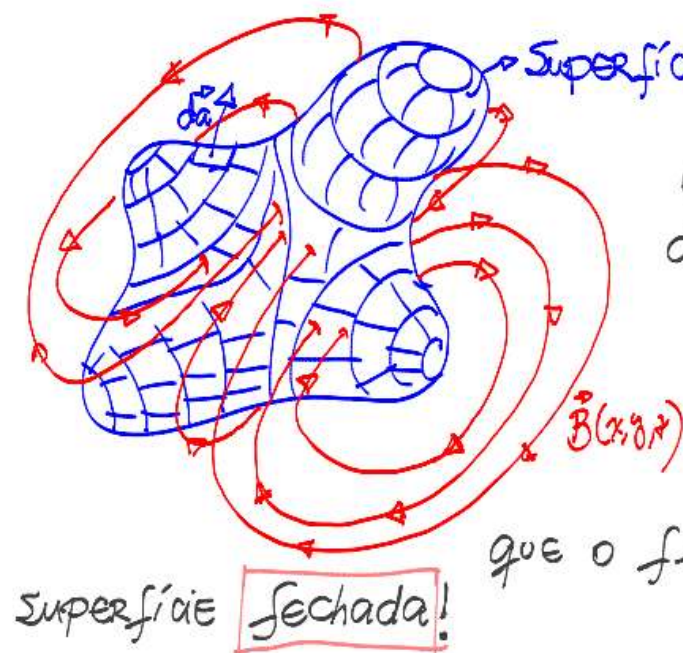
(a)



(b)

O EXPERIMENTO NOS MOSTRA QUE AS LINHAS DE CAMPO MAGNÉTICO SÃO SEMPRE FECHADAS, OU SEJA, COMEÇAM E TERMINAM NUM MESMO PONTO. NÃO HÁ EVIDÊNCIA DE UMA CARGA MAGNÉTICA ONDE O CAMPO \vec{B} TERMINA OU COMEÇA, NÃO HÁ ENTÃO MONOPÓLOS MAGNÉTICOS, APENAS DIPOLOS MAGNÉTICOS. Compare as linhas de campo da figura ao lado com as linhas de campo \vec{E} criadas por um sistema de dipolo elétrico \vec{p} .

Como NÃO OBSERVAMOS fontes ou sumidouros de campo magnético \vec{B} e as linhas são portanto fechadas. Para qualquer superfície Gaussiana ∂V , toda linha de campo que entra em ∂V deve obrigatoriamente sair de ∂V . Dessa forma o fluxo do campo vetorial \vec{B} para qualquer superfície fechada ∂V é nulo. Veja:



Superfície Gaussiana qualquer ∂V de Volume V

O fluxo de \vec{B} pela superfície fechada ∂V é dado por:

$$\Phi_B = \oint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0, \text{ o que entra, sai da superfície } \partial V.$$

$\Phi_B = 0$, a lei de Gauss então nos diz que o fluxo de \vec{B} é sempre nulo em qualquer

superfície fechada!

Lembrando do teorema do divergente: $\oint_{\partial V} \vec{F} \cdot d\vec{a} = \int_V \nabla \cdot \vec{F} d\sigma$

temos: $\oint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{a} = \int_V \nabla \cdot \vec{B} d\sigma = 0$ (sempre), para que isso seja válido p/ todo volume dV , segue que $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, então p/ todo ponto do espaço (x, y, z) a relação é verdadeira. Essa equação é a lei de Gauss na forma diferencial e marca a ausência de monopólos magnéticos na natureza.