O índice de refração no sistema internacional é a razão entre v e c, $\boxed{n = \dfrac{c}{v}}$, $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$, $\boxed{n \geq 1}$ → (SI)

$n = \dfrac{c}{v} = \sqrt{\dfrac{\mu \varepsilon}{\mu_0 \varepsilon_0}}$, ocorre que ε e μ não são independentes de ω ou seja, $\varepsilon(\omega)$ e $\mu(\omega)$, cada cor responde com um índice diferente (dispersão cromática)

$$n = \sqrt{\frac{\mu(\omega)\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0 \mu_0}} \to n(\omega)$$

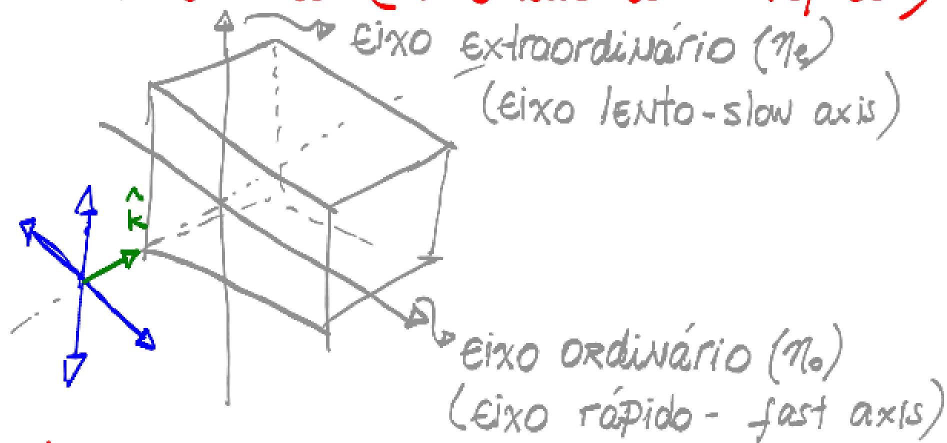
Dispersão cromática.

$$v = \lambda f$$

$$v = \frac{\lambda \omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}, \quad v = \frac{\omega}{k} \to k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega n}{c}, \quad \boxed{k(n) = k_0 n}$$

k_0 = módulo do vetor de onda no vácuo.

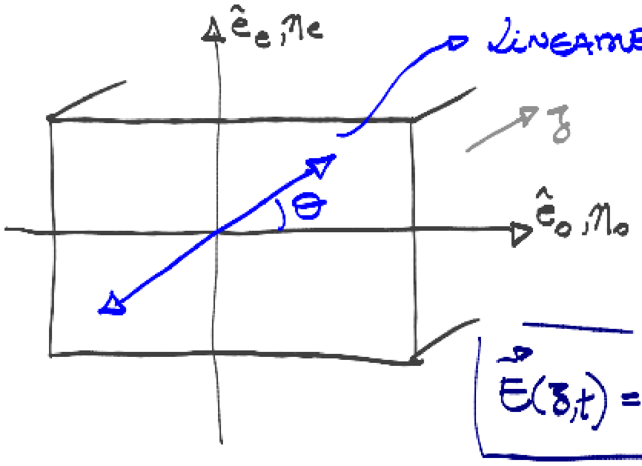
11.9 Cristais dicroicos (materiais anisotrópicos)



Definição
$n_e > n_o$
$v_e < v_o$ (Polarização nesta direção)

↦ Lembre-se que toda polarização pode ser decomposta em qualquer base linear ortogonal, seja ela $\hat{x}, \hat{y}$ ou $\hat{e}_o$ e $\hat{e}_e$ nas direções do eixos ordinários e extraordinários.

$\Delta n = n_e - n_o \equiv$ Índice de Birefringência linear



$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}^{\circ}_{\parallel} + \vec{E}^{\circ}_{\perp} = \vec{E}^{\circ}_{\parallel} + \vec{E}^{\circ}_{\parallel}}$$

$$\boxed{\hat{e} \times \hat{o} = \hat{z}}$$

$$\boxed{\vec{E}(z,t) = (E_o \hat{o} + E_e \hat{e})\, e^{i(k_o z - \omega t + \phi)}}$$

ϕ = fase global

Ao se propagar dentro do cristal cada polarização se propaga com um $k(n)$ diferente e temos:

ONDA ANTES DE INCIDIR NO CRISTAL

$$\vec{E}(z,t)=\left(E_0 \cos\theta\, \hat{o} + E_0 \operatorname{Sen}\theta\, \hat{e}\, e^{i\delta}\right) e^{i(k_0 z - \omega t + \phi)}$$

A propagação no interior do cristal Birefringente

$$\vec{E}'(z,t) = E_0 \cos\theta\, \hat{o}\, e^{i(k_n^o z - \omega t + \phi)} + E_0 \operatorname{Sen}\theta\, \hat{e}\, e^{i(k_n^e z - \omega t + \phi + \delta)}$$

$k_n^o = k_0 n_o$, $k_n^e = k_0 n_e$, $\Delta n = n_e - n_o$, $2\bar{n} = n_e + n_o$

$\boxed{n_e = \bar{n} + \frac{\Delta n}{2}}$, $\boxed{n_o = \bar{n} - \frac{\Delta n}{2}}$

$$\vec{E}'(z,t) = E_0 \cos\theta\, \hat{o}\, e^{i(k_0 n_o z - \omega t + \phi)} + E_0 \operatorname{Sen}\theta\, \hat{e}\, e^{i(k_0 n_e z - \omega t + \phi + \delta)}$$

$$\vec{E}'(z,t) = e^{i(\phi - \omega t)}\left[E_0 \cos\theta\, \hat{o}\, e^{i(k_0(\bar{n} - \frac{\Delta n}{2})z)} + E_0 \operatorname{Sen}\theta\, \hat{e}\, e^{i(k_0(\bar{n} + \frac{\Delta n}{2})z) + \delta}\right]$$

$$\vec{E}'(z,t) = e^{i(k_0 \bar{n} z - \omega t + \phi)}\left[E_0 \cos\theta\, \hat{o}\, e^{-i k_0 \frac{\Delta n}{2} z} + E_0 \operatorname{Sen}\theta\, \hat{e}\, e^{i(k_0 \frac{\Delta n}{2} z + \delta)}\right]$$

$$\vec{E}'(z,t) = e^{i(k_0 \bar{n} z - k_0 \frac{\Delta n}{2} z - \omega t + \phi)}\left[E_0 \cos\theta\, \hat{o} + E_0 \operatorname{Sen}\theta\, \hat{e}\, e^{i(k_0 \Delta n z + \delta)}\right]$$

Ao sair do cristal a onda volta a se propagar num meio isotrópico, seja ele vácuo ou ar $\to n_e = n_o$, $\Delta n = 0$, $\bar{n} = n$, e ficamos com:

$$\vec{E}''(z,t) = e^{i(k_0 z - \omega t + \phi + k_0(\bar{n} - \frac{\Delta n}{2})d)}\left[E_0 \cos\theta\, \hat{o} + E_0 \operatorname{Sen}\theta\, \hat{e}\, e^{i(k_0 \Delta n d + \delta)}\right]$$

A onda $\vec{E}''$ adquire uma fase global final de $k_0(\bar{n} - \frac{\Delta n}{2})d$, que não interfere na amplitude ou polarização dos campos. Já a componente paralela ao eixo extraordinário do cristal adquire uma fase adicional $(k_0 \Delta n d)$ que se soma à diferença de fase original δ.

$$k_0 \Delta n d = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o) \cdot d$$, $\boxed{d \equiv \text{Comprimento do cristal Birefringente}}$

⇒ Lâminas polarizadoras de meio comprimento de onda (Half wave plate)

↦ Onda resultante $\vec{E}(z,t) = e^{i(kz-\omega t+\phi+\psi)} [E_o \cos\theta \,\hat{o} + E_o \sin\theta \,\hat{e}\, e^{i(k_o \Delta n d + \delta)}]$

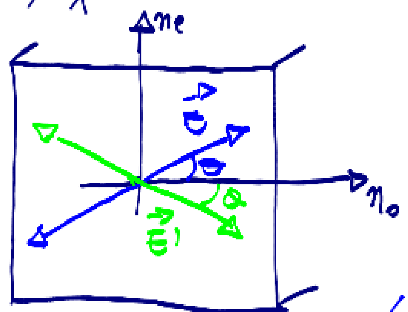
Se a diferença de caminho óptico entre os dois eixos fosse de comprimentos de ondas inteiros entre as componentes de polarização a diferença de fase seriam números inteiros de 2π. Considere que a lâmina é cortada com comprimento d de modo que uma diferença de números inteiros de semicomprimentos de onda é introduzido. A diferença de fase correspondente seriam números inteiros de π.

$\lambda \rightarrow 2\pi$

$\lambda/2 \rightarrow \pi$

Uma Half wave plate faz exatamente isso, de forma que introduz uma fase $\boxed{k_o \Delta n d}$ onde ↦ $\boxed{k_o \Delta n d = N\pi}$ $\boxed{N\lambda/2 \rightarrow N\pi}$

⇒ Vejamos o que ocorre com uma onda linearmente polarizada $\delta = 0$, quando incide sobre um lâmina $(\lambda/2)$ sob um ângulo θ.



$$\vec{E}(z,t) = [E_o \cos\theta \,\hat{o} + E_o \sin\theta \,\hat{e}\, e^{i(k_o \Delta n d + \delta)}]\, e^{i(kz-\omega t+\phi)}$$

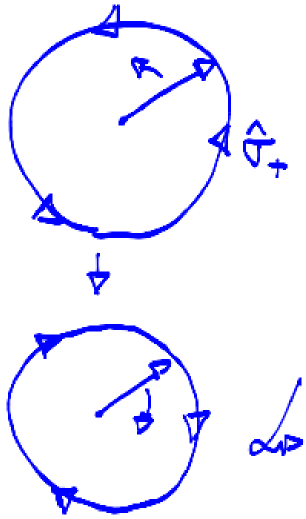
$$k_o \Delta n d = \pi, \quad \delta = 0$$

$$\vec{E}'(z,t) = (E_o \cos\theta \,\hat{o} + E_o \sin\theta \,\hat{e}\, e^{i\pi})\, e^{i(kz-\omega t+\phi)}$$

$$\vec{E}'(z,t) = (E_o \cos\theta \,\hat{o} - E_o \sin\theta \,\hat{e})\, e^{i(kz-\omega t+\phi)}$$

⇒ O resultado no frigir dos ovos é uma rotação da polarização por um ângulo (2θ). Dessa forma a lâmina pode alterar a polarização de uma onda linearmente polarizada de horizontal para vertical ou vice-versa. (Note que o inverso também é verdadeiro já que as equações são simétricas na inversão temporal)

\# Se a onda incidente for eliptiamente/circularmente polarizada $\delta = \frac{\pi}{2}$, a ação da lâmina é inverter o sentido de rotação da polarização, ONDA INCIDENTE circularmente polarizada $\hat{\sigma}_+$ à esquerda



$$\vec{E}(z,t)=\left(\frac{E_0}{\sqrt{2}}\,\hat{o}+\frac{E_0}{\sqrt{2}}\,\hat{e}\,e^{i\left(k_0\Delta n\, d+\frac{\pi}{2}\right)}\right)e^{i(k_0 z-\omega t+\phi)}$$

SE $k_0 \Delta n\, d=\pi$

$$\vec{E}(z,t)=\left(\frac{E_0}{\sqrt{2}}\,\hat{o}+\frac{E_0}{\sqrt{2}}\,\hat{e}\,e^{i\frac{3\pi}{2}}\right)e^{i(k_0 z-\omega t+\phi)}$$

$\rightarrow$ $e^{i\frac{3\pi}{2}}=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ $\rightarrow$ onda circularmente polarizada à direita $\hat{\sigma}_-$

⇒ lâmina polarizadora de um quarto de comprimento de onda (Quarter wave plate)

$\rightarrow$ Neste caso a lâmina introduz uma diferença de fase equivalente à um quarto de comprimento de onda $\lambda/4$, de forma que $(k_0\Delta n d)$ assumem valores ímpares de $\frac{\pi}{2}$, $N\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2},3\frac{\pi}{2},5\frac{\pi}{2},7\frac{\pi}{2},\ldots$

Se a onda incidente é linearmente polarizada temos:

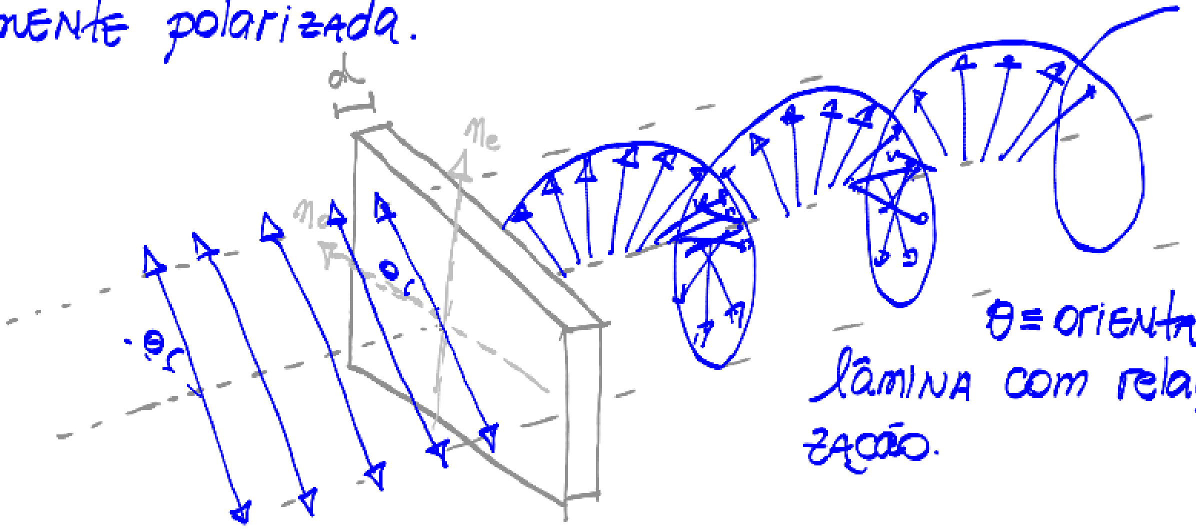
$$\vec{E}(z,t)=\left(E_0\cos\theta\,\hat{o}+E_0\sin\theta\,\hat{e}\,e^{i(k_0\Delta n d+\delta)}\right)e^{i(k_0 z-\omega t+\phi)}$$

$\delta=0$, $k_0\Delta n\, d=\pi/2$,

$$\vec{E}(z,t)=\left(E_0\cos\theta\,\hat{o}+E_0\sin\theta\,\hat{e}\,e^{i\frac{\pi}{2}}\right)e^{i(k_0 z-\omega t+\phi)}$$

SE $\theta=45^\circ$, a onda resultante é circularmente polarizada $\hat{\sigma}_+$
$\theta=-45^\circ$, " " " " " $\hat{\sigma}_-$

Para qualquer outro valor de $-\frac{\pi}{2}<\theta\leq\pi/2$ a onda resultante é eliptícamente polarizada.

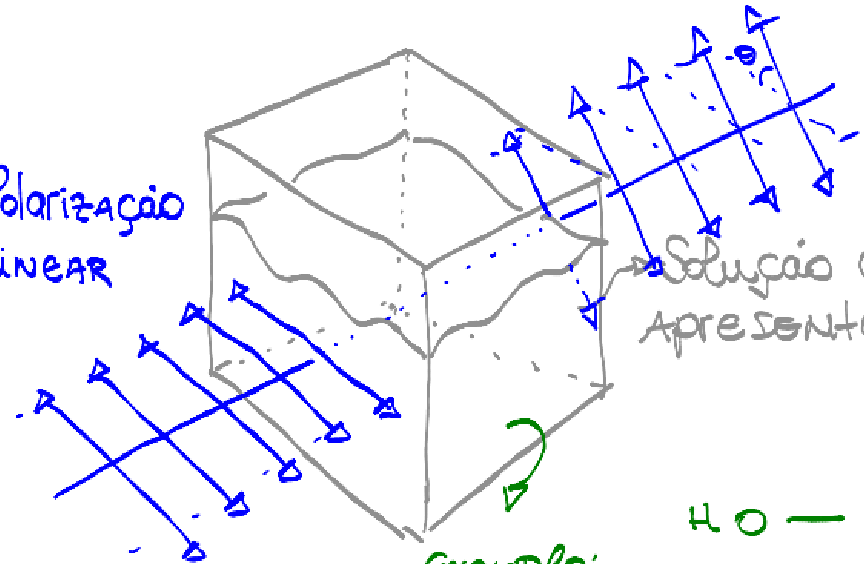


θ = orientação da lâmina com relação à polarização.

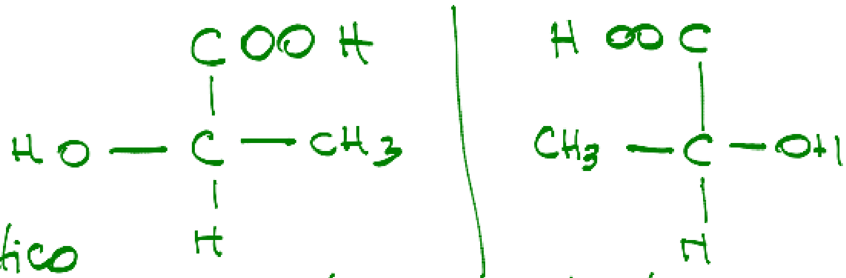
De forma reversa ou equivalente, podemos transformar uma onda circularmente/elipticamente polarizada numa linearmente polarizada.

pg 284

11.10 Atividade óptica natural (Polarização por ação do espalhamento de moléculas dextrógiras e levógiras)



Exemplo: molécula de Ácido lático



Dextrógiro | levógiro

Ao se propagar pela substância, a onda/luz possui diferentes velocidades para a polarização $\hat{\sigma}_+$ e $\hat{\sigma}_-$. Ou seja, cada isômero da molécula contribui com uma resposta elétrica distinta do meio.

Consideremos que:

$n_+ \equiv$ índice de refração do meio para luz circularmente pol. $\hat{\sigma}_+$

$n_- \equiv$ " " " " " " " " " $\hat{\sigma}_-$

* Importante para caracterização de substâncias/medicamentos qualidade de alimentos. ex: o corpo humano apenas metaboliza o isômero dextrógiro da cana de açúcar.

⇒ Se a luz incidente na cubeta é linearmente polarizada podemos escrever:

$$\vec{E}(z,t) = E_0\,\hat{x}\,e^{i(kz-\omega t)} \xrightarrow[\{\hat{\sigma}_+,\hat{\sigma}_-\}]{\text{base}} \boxed{\vec{E}(z,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\left(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-\right)e^{i(kz-\omega t)}}$$

No interior cada polarização irá se propagar com uma velocidade distinta e temos:

pg 285

$$\vec{E}(z,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\hat{\sigma}_+ e^{i(k_0 n_+ z - \omega t)} + \frac{E_0}{\sqrt{2}}\hat{\sigma}_- e^{i(k_0 n_- z - \omega t)}, \quad \text{usando} \quad \Delta n = n_+ - n_-, \quad 2\bar{n} = n_+ + n_-$$

$$\boxed{n_+ = \bar{n} + \frac{\Delta n}{2}} \qquad \boxed{n_- = \bar{n} - \frac{\Delta n}{2}}$$

$$\vec{E}(z,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\hat{\sigma}_+ e^{i(k_0(\bar{n}+\frac{\Delta n}{2})z - \omega t)} + \frac{E_0}{\sqrt{2}}\hat{\sigma}_- e^{i(k_0(\bar{n}-\frac{\Delta n}{2})z - \omega t)}$$

$$\vec{E}(z,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(k_0\bar{n}z - \omega t)}\left[\hat{\sigma}_+ e^{ik_0\frac{\Delta n}{2}z} + \hat{\sigma}_- e^{-ik_0\frac{\Delta n}{2}z}\right]$$

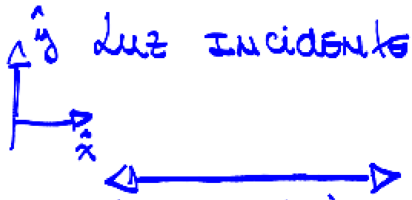
$\to$ voltemos p/ a base $\hat{x}$ e $\hat{y}$.

$$\vec{E}(z,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(k_0\bar{n}z - \omega t)}\left[\frac{(\hat{x}+i\hat{y})}{\sqrt{2}} e^{ik_0\frac{\Delta n}{2}z} + \frac{(\hat{x}-i\hat{y})}{\sqrt{2}} e^{-ik_0\frac{\Delta n}{2}z}\right]$$

$$\vec{E}(z,t) = \frac{E_0}{2} e^{i(k_0\bar{n}z - \omega t)}\left[\hat{x}\left(e^{ik_0\frac{\Delta n}{2}z} + e^{-ik_0\frac{\Delta n}{2}z}\right) + i\hat{y}\left(e^{ik_0\frac{\Delta n}{2}z} - e^{-ik_0\frac{\Delta n}{2}z}\right)\right]$$

$$\boxed{\vec{E}(z,t) = E_0 e^{i(k_0\bar{n}z - \omega t)}\left[\cos\left(\frac{k_0\Delta n z}{2}\right)\hat{x} - \operatorname{sen}\left(\frac{k_0 \Delta n z}{2}\right)\hat{y}\right]}$$

Luz incidente



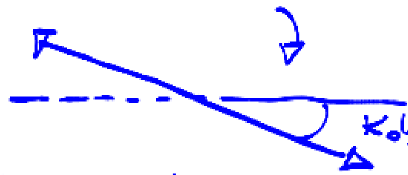
pol (horizontal)

Se $\Delta n > 0$

$n_+ - n_- > 0$

$\boxed{n_+ > n_-}$

Luz transmitida



$\frac{k_0 \Delta n d}{2} - \theta$

Rotação p/ direita (Dextrógira)

Luz incidente

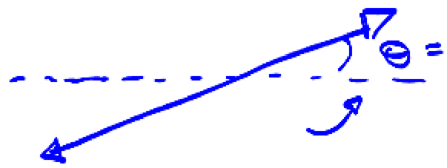
pol (horizontal)

Se $\Delta n < 0$

$n_+ - n_- < 0$

$n_+ < n_-$

Luz transmitida



$\theta = \frac{k_0|\Delta n| d}{2}$

Rotação p/ esquerda (Levógira)

n_+ e n_- são proporcionais às respectivas concentrações do isômero.

O ângulo de rotação é $\boxed{\theta = \frac{k_0 |\Delta n| z}{2}}$, z = distancia/comprim. da cubeta.